

**Exercice 1 (5 points)**

1) Soit $a = \sqrt{50} - \sqrt{8}(\sqrt{2} - 1) - \sqrt{32}$

a) Montrer que $a = 3\sqrt{2} - 4$

b) Comparer $3\sqrt{2}$ et 4

c) En déduire le signe de a

2) Soit $x = \frac{5}{\sqrt{2} + 1}$ et $y = 2\sqrt{2} - 1$

a) Montrer que $x - y = a$

b) Comparer alors x et y .**Exercice 2 (8 points)**On considère I le point de [AB] vérifiant $AI = \frac{1}{3}AB$ et J le point de [AC] vérifiant $AJ = \frac{1}{3}AC$

1) Montrer que (IJ) parallèle à (BC).

2) La parallèle à (AB) passant par J coupe (BC) en K.

La parallèle à (AC) passant par I coupe (BC) en L.

a) Calculer $\frac{BL}{BC}$ et $\frac{CK}{CB}$.

b) En déduire $BK = KL = LC$

3) Montrer que le quadrilatère KLJI est un parallélogramme.

4) Les droites (IL) et (JK) se coupent en G

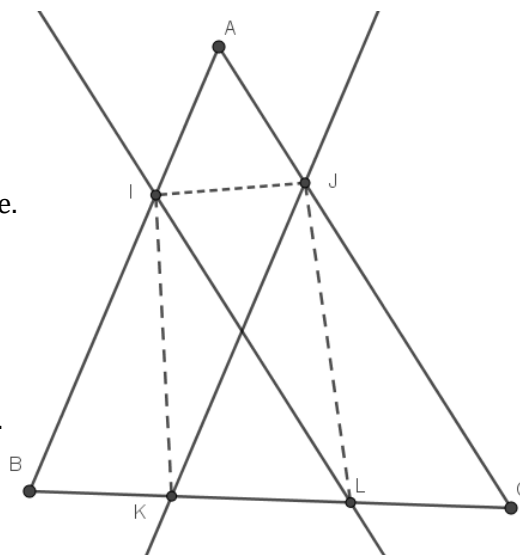
La droite (AG) coupe (IJ) en P et (BC) en Q

a) Montrer que Q est milieu du segment [KL]

b) En déduire que Q est milieu du segment [BC]

c) Évaluer le rapport $\frac{AG}{AQ}$

d) Que représente le point G pour le triangle ABC ? Justifier

**Exercice 3 (7 points)**

Les questions 1,2, 3 et 4 sont indépendants

1) Écrire sous forme d'intervalle les ensembles suivants :

$$A = \{x \in \mathbb{R}; -1 \leq x < 7\} \text{ et } B = \{x \in \mathbb{R}; |x - 2| < 4\}$$

2) Soit $n \in \mathbb{N}$. Comparer $\sqrt{n^2 + 4n + 3}$ et $(n + 2)$ 3) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{4}{n+3} < \frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n} < \frac{4}{n}$

b) En déduire $0,0039 < \frac{1}{1000} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} < 0,004$

4) a, b et c des réels strictement positifs

a) Montrer que $a^2 + b^2 \geq 2ab$

b) En déduire que $(a^2 + b^2)c + (b^2 + c^2)a + (c^2 + a^2)b \geq 6abc$

c) Montrer alors que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$



Exercice 1 (5 points)

On donne : $a = 2 + \sqrt{75} - 4\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$ et $b = \sqrt{2} \left(\sqrt{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} \right)$

1)a) Vérifier $a = 2 - \sqrt{3}$

b) Vérifier que a et b sont inverses

c) Montrer que $\frac{2}{a} + \frac{2}{b} \in \mathbb{N}$

2)a) Calculer a^2 et b^2

b) Simplifier alors $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

Exercice 2 (8 points)

Soit C un cercle de diamètre $AB = 4$; I un point de $[AB]$

tel que $AI = 3$ et E un point de C tel que $AE = 3$

1) La perpendiculaire à (AE) passant par I coupe (AE) en J

a) Montrer que le triangle AEB est rectangle en E

b) En déduire que $(IJ) \parallel (EB)$

c) Calculer AJ

2) La droite (EI) recoupe le cercle en F .

La perpendiculaire à (AF) passant par I coupe (AF) en K .

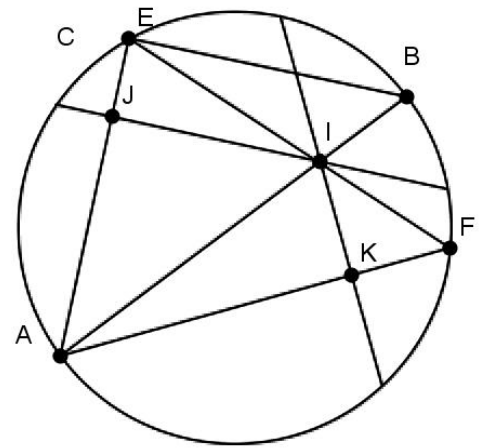
a) Montrer que le triangle ABF est rectangle en F

b) En déduire que $(IK) \parallel (BF)$.

3) a) Comparer $\frac{AJ}{AE}$ et $\frac{AK}{AF}$

b) En déduire que $(EF) \parallel (JK)$

c) Montrer que $\widehat{JIA} = \widehat{EFA}$

**Exercice 3 (7 points)**

Les questions 1,2,3 et 4 sont indépendants

1) Écrire sous forme d'intervalle les ensembles suivants :

$$A = \{x \in \mathbb{R}; 1 < x \leq 4\} \quad \text{et} \quad B = \{x \in \mathbb{R}; 2x < 4\}$$

2) Soit a un nombre réel tel que $|a| < \frac{1}{2}$ on pose $A = \frac{1}{\sqrt{1+a}} - \left(1 - \frac{a}{2}\right)$

a) Montrer que $A = \frac{\sqrt{1+a} - \left(1 + \frac{a}{2}\right) + \frac{a^2}{2}}{1+a}$

b) Montrer que $\sqrt{1+a} \leq 1 + \frac{a}{2}$ et en déduire que $A \leq a^2$

3) Soit $n \in \mathbb{N}$. Comparer $\sqrt{n^2 + 2n + 3}$ et $(n + 1)$

4) a, b et c trois réels

a) Montrer que $a^2 + b^2 \geq 2ab$

b) On suppose que $a^2 + b^2 + c^2 = 1$

Montrer que $-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ca \leq 1$

