

**Exercice 1 (5 points)**

1) Soit  $a = \sqrt{50} - \sqrt{8}(\sqrt{2} - 1) - \sqrt{32}$

a) Montrer que  $a = 3\sqrt{2} - 4$

b) Comparer  $3\sqrt{2}$  et 4

c) En déduire le signe de  $a$ 

2) Soit  $x = \frac{5}{\sqrt{2} + 1}$  et  $y = 2\sqrt{2} - 1$

a) Montrer que  $x - y = a$

b) Comparer alors  $x$  et  $y$ .**Exercice 2 (8 points)**On considère I le point de [AB] vérifiant  $AI = \frac{1}{3}AB$  et J le point de [AC] vérifiant  $AJ = \frac{1}{3}AC$ 

1) Montrer que (IJ) parallèle à (BC).

2) La parallèle à (AB) passant par J coupe (BC) en K.

La parallèle à (AC) passant par I coupe (BC) en L.

a) Calculer  $\frac{BL}{BC}$  et  $\frac{CK}{CB}$ .

b) En déduire  $BK = KL = LC$

3) Montrer que le quadrilatère KLJI est un parallélogramme.

4) Les droites (IL) et (JK) se coupent en G

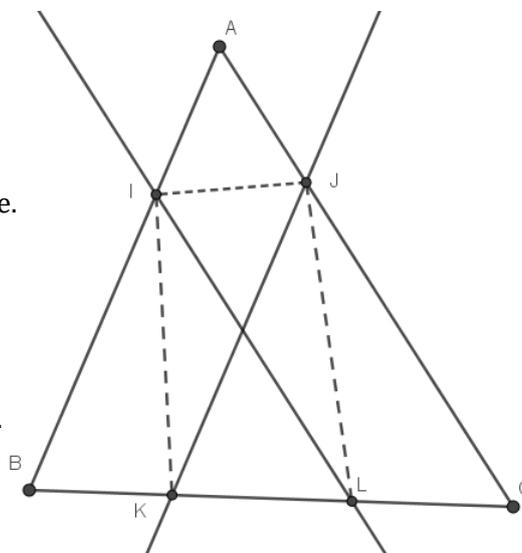
La droite (AG) coupe (IJ) en P et (BC) en Q

a) Montrer que Q est milieu du segment [KL]

b) En déduire que Q est milieu du segment [BC]

c) Évaluer le rapport  $\frac{AG}{AQ}$

d) Que représente le point G pour le triangle ABC ? Justifier

**Exercice 3 (7 points)**

Les questions 1,2, 3 et 4 sont indépendants

1) Écrire sous forme d'intervalle les ensembles suivants :

$$A = \{x \in \mathbb{R}; -1 \leq x < 7\} \text{ et } B = \{x \in \mathbb{R}; |x - 2| < 4\}$$

2) Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Comparer  $\sqrt{n^2 + 4n + 3}$  et  $(n + 2)$ 3) a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  $\frac{4}{n+3} < \frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n} < \frac{4}{n}$ 

b) En déduire  $0,0039 < \frac{1}{1000} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} < 0,004$

4)  $a, b$  et  $c$  des réels strictement positifs

a) Montrer que  $a^2 + b^2 \geq 2ab$

b) En déduire que  $(a^2 + b^2)c + (b^2 + c^2)a + (c^2 + a^2)b \geq 6abc$

c) Montrer alors que  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$





### Exercice 1 (5 points)

On donne :  $a = 2 + \sqrt{75} - 4\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$  et  $b = \sqrt{2} \left( \sqrt{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} \right)$

1)a) Vérifier  $a = 2 - \sqrt{3}$

b) Vérifier que  $a$  et  $b$  sont inverses

c) Montrer que  $\frac{2}{a} + \frac{2}{b} \in \mathbb{N}$

2)a) Calculer  $a^2$  et  $b^2$

b) Simplifier alors  $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

### Exercice 2 (8 points)

Soit  $C$  un cercle de diamètre  $AB = 4$  ;  $I$  un point de  $[AB]$

tel que  $AI = 3$  et  $E$  un point de  $C$  tel que  $AE = 3$

1) La perpendiculaire à  $(AE)$  passant par  $I$  coupe  $(AE)$  en  $J$

a) Montrer que le triangle  $AEB$  est rectangle en  $E$

b) En déduire que  $(IJ) \parallel (EB)$

c) Calculer  $AJ$

2) La droite  $(EI)$  recoupe le cercle en  $F$ .

La perpendiculaire à  $(AF)$  passant par  $I$  coupe  $(AF)$  en  $K$ .

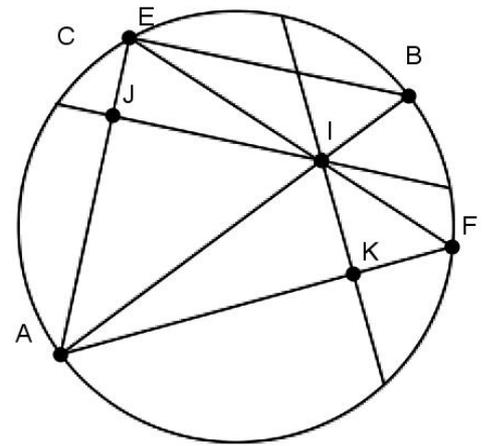
a) Montrer que le triangle  $ABF$  est rectangle en  $F$

b) En déduire que  $(IK) \parallel (BF)$ .

3) a) Comparer  $\frac{AJ}{AE}$  et  $\frac{AK}{AF}$

b) En déduire que  $(EF) \parallel (JK)$

c) Montrer que  $\widehat{JIA} = \widehat{EFA}$



### Exercice 3 (7 points)

Les questions 1,2,3 et 4 sont indépendants

1) Écrire sous forme d'intervalle les ensembles suivants :

$$A = \{x \in \mathbb{R}; 1 < x \leq 4\} \quad \text{et} \quad B = \{x \in \mathbb{R}; 2x < 4\}$$

2) Soit  $a$  un nombre réel tel que  $|a| < \frac{1}{2}$  on pose  $A = \frac{1}{\sqrt{1+a}} - \left(1 - \frac{a}{2}\right)$

a) Montrer que  $A = \frac{\sqrt{1+a} - \left(1 + \frac{a}{2}\right) + \frac{a^2}{2}}{1+a}$

b) Montrer que  $\sqrt{1+a} \leq 1 + \frac{a}{2}$  et en déduire que  $A \leq a^2$

3) Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Comparer  $\sqrt{n^2 + 2n + 3}$  et  $(n + 1)$

4)  $a, b$  et  $c$  trois réels

a) Montrer que  $a^2 + b^2 \geq 2ab$

b) On suppose que  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$

Montrer que  $-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ca \leq 1$

